



Concours d'entrée à la FASTEF

Epreuves de Physique et de Chimie
Niveau licence

Durée : 4 heures

NB : La Physique et la Chimie doivent être traitées sur des copies séparées

PHYSIQUE

Exercice n°1

Soit $\hat{j} = \hat{j}_x \vec{u}_x + \hat{j}_y \vec{u}_y + \hat{j}_z \vec{u}_z$ une observable de moment cinétique,

1°) Rappeler l'expression des commutateurs $[\hat{j}_x, \hat{j}_y]$, $[\hat{j}_z, \hat{j}_x]$, $[\hat{j}_y, \hat{j}_z]$. Deux composantes différentes de \hat{j} peuvent-elles être mesurées simultanément ?

2°) La base standard $|j, m\rangle$ est définie comme la base orthonormée des vecteurs propres communs à \hat{j}^2 et \hat{j}_z avec $\hbar^2 j(j+1)$ et $\hbar m$ pour valeurs propres associées. Donner, sans démonstration, les valeurs permises pour les nombres quantiques j et m .

3°) Soit \hat{L}_z la composante suivant \vec{u}_z du moment cinétique orbital $\hat{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}$ d'une particule et $|l, m_l\rangle$ la base standard correspondante. On définit :

$$\hat{X}_1 = \frac{\hat{x} + \hat{p}_y}{\sqrt{2}}; \hat{P}_1 = \frac{\hat{p}_x - \hat{y}}{\sqrt{2}}; \hat{X}_2 = \frac{\hat{x} - \hat{p}_y}{\sqrt{2}} \text{ et } \hat{P}_2 = \frac{\hat{p}_x + \hat{y}}{\sqrt{2}}$$

Vérifier que :

$$[\hat{X}_1, \hat{X}_2] = [\hat{P}_1, \hat{P}_2] = [\hat{X}_1, \hat{P}_2] = [\hat{X}_2, \hat{P}_1] = 0; [\hat{X}_1, \hat{P}_1] = [\hat{X}_2, \hat{P}_2] = i\hbar \bar{1}$$

a) Montrer que l'observable \hat{L}_z est identique à la différence entre les opérateurs Hamiltoniens de ceux oscillateurs harmonique indépendants à une dimension, chacun ayant une masse $m = 1$ et une pulsation $\omega = 1$.

$$\hat{L}_z = \hat{H}_1 - \hat{H}_2 \text{ avec } \hat{H}_i = \frac{\hat{p}_i^2 + \hat{X}_i^2}{2}$$

b) Après avoir rappelé l'expression des niveaux d'énergie d'un oscillateur harmonique à une dimension, montrer que $|l, m_l\rangle$ sont nécessairement des entiers.

$$E_n = \frac{\hbar^2 \omega^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \omega^2}{2m} \quad 1$$